



ΥΠΕΥΘΥΝΟΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΕΛΕΥΘΕΡΙΟΥ Γ.

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ
Β' ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΕΥΤΕΡΑ 30 ΟΚΤΩΒΡΙΟΥ 2023
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ
ΚΕΦΑΛΑΙΟ: ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: 4

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Πότε μία συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα στο πεδίο ορισμού της Δ ; **ΜΟΝΑΔΕΣ 5**
- A2.** Πότε μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού ένα σύνολο A , λέμε ότι παρουσιάζει στο $x_0 \in A$ ολικό ελάχιστο; **ΜΟΝΑΔΕΣ 5**
- A3.** Πότε μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A , λέγεται άρτια; **ΜΟΝΑΔΕΣ 5**
- A4.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση:
- Αν υπάρχουν $x_1, x_2 \in A$ με $x_1 < x_2$ και $f(x_1) < f(x_2)$, η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα στο A .
 - Η γραφική παράσταση της συνάρτησης f με $f(x) = \varphi(x) + c$, όπου $c > 0$, προκύπτει από μία κατακόρυφη μετατόπιση της γραφικής παράστασης της φ προς τα πάνω κατά c μονάδες.
 - Η γραφική παράσταση κάθε περιττής συνάρτησης έχει άξονα συμμετρίας τον yy' .
 - Η συνάρτηση $f(x) = ax + \beta$, με $a > 0$ είναι γνησίως φθίνουσα στο \mathbb{R} .
 - Υπάρχουν συναρτήσεις οι οποίες δεν έχουν ούτε ολικό μέγιστο ούτε ολικό ελάχιστο.

ΜΟΝΑΔΕΣ 10



ΘΕΜΑ Β

Δίνεται το σύστημα (Σ):
$$\begin{cases} 2\alpha - \beta = 0 \\ \frac{\alpha}{2} + \beta = 5 \end{cases}$$
 και η συνάρτηση $f(x) = a + \sqrt{\beta - x^2}$.

B1. Να λύσετε το σύστημα και να δείξετε ότι $\alpha=2$ και $\beta=4$

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

B2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

B3. Να δείξετε ότι η f έχει άξονα συμμετρίας τον yy .

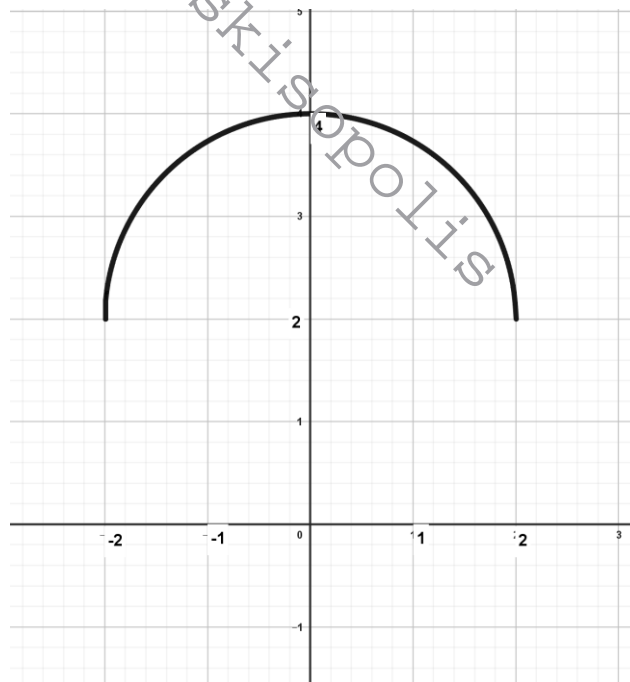
ΜΟΝΑΔΕΣ 5

B4. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = f(-\sqrt{3}) - f\left(\frac{6}{\sqrt{12}}\right) + 2f(0)$

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

B5. Στο επόμενο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης f

Με τη βοήθειά της να γίνει η γραφική παράσταση της $g(x) = f(x-2) + 1$ και στη συνέχεια



α. Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονία της συνάρτησης g .

β. Τις θέσεις των ακροτάτων της g καθώς και τις ακρότατες τιμές της.

ΜΟΝΑΔΕΣ 5



ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{2ax}{x^2 + 1}$, $a \in \mathbb{R}$, όπου $a > 0$ και λύση της εξίσωσης

$$a^4 - 2a^2 + 1 = 0.$$

Γ1. Να δείξετε ότι $a=1$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

Γ2. Να δείξετε ότι η f^2 έχει άξονα συμμετρίας τον άξονα yy' .

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

Γ3. Αν είναι $f(-1) \leq f(x) \leq f(1)$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$,

α. Δείξετε ότι για κάθε $\beta, \gamma \in \mathbb{R}$ $|f(\beta) + f(\gamma)| \leq 2$

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

β. Να λύσετε την εξίσωση $f^2(x) - 3f(x) + 2 = 0$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

Γ4. Αν η f είναι γνησίως φθίνουσα για κάθε $x \geq 1$ να συγκρίνεται τις τιμές $f(1)$ και $f(\delta^2 + 1)$, όπου $\delta \in \mathbb{R}$ δικαιολογώντας την απάντησή σας.

ΜΟΝΑΔΕΣ 5



ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = x^2 - 10|x| + 26$ και $g(x) = \frac{10x}{x^2 + 25}$.

Δ1. Να αποδείξετε ότι το 1 είναι το ολικό ελάχιστο της συνάρτησης f .

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

Δ2. Να αποδείξετε ότι η g παρουσιάζει ολικό μέγιστο στο 5.

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

Δ3. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της $h(x) = \frac{2024}{\sqrt{f(5x^{10})} - 1}$

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

Δ4. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = g(x)$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

Δ5. Αν $t(x) = f(ax^2) \cdot g(\beta x^3)$ όπου α, β μη μηδενικοί πραγματικοί αριθμοί δείξτε ότι η συνάρτηση t είναι περιττή.

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

Askisopolis